

Kompozíciók a sík egybevágóságai körében

Jelölések:

$E_{\mathbf{v}}$: eltolás a \mathbf{v} vektorral,

T_e : tükrözés (síkban) az e egyenesre,

$F_{P,\alpha}$: forgatás (síkban) a P pont körül α forgásszöggel,

τ_P : tükrözés a P középpontra (síkban $\tau_P = F_{P,\pi}$).

1. Igazoljuk: $\tau_Q \circ \tau_P = E_{\mathbf{v}}$, határozzuk meg a \mathbf{v} vektort. Hasonlítsuk össze a $\tau_Q \circ \tau_P$ és a $\tau_P \circ \tau_Q$ kompozíciót.
2. Bizonyítsuk be, hogy $\tau_C \circ \tau_B \circ \tau_A = \tau_D$ alkalmas D ponttal; adott A, B, C mellett határozzuk meg a D pontot.
(Útmutatás: írjuk a fenti egyenletet $\tau_C \circ \tau_B = \tau_D \circ \tau_A$ alakba.)
3. Miféle transzformáció páros sok, illetve páratlan sok középpontos tükrözés egymásutánja?
4. Ismerjük egy sokszög oldalfelező pontjait (a sokszög egy körüljárása szerint sorszámozva). Rekonstruálható-e belőlük a sokszög, ha igen, hogyan?
5. Adottak a síkban az egybevágó és ellentétes körüljárású ABC és $A'B'C'$ háromszögek. Szerkesszük meg annak a tengelyes tükrözésnek vagy csúsztatva tükrözésnek a tengelyét, amely A -t A' -be, B -t B' -be, C -t C' -be viszi.
6. Igazoljuk, hogy bármely két közös tengelyű csúsztatva tükrözés felcserélhető egymással.
7. Legyen e, f és g három tetszőleges egyenes a síkon, és tekintsük a $T_g \circ T_f \circ T_e$ kompozíciót. Bizonyítsuk be, hogy ez a transzformáció csak akkor tükrözés, ha a három egyenesnek van közös pontja, vagy mindhárom párhuzamos, minden más esetben pedig csúsztatva tükrözés.
8. Tegyük fel, hogy a sík valamely egybevágósági transzformációja bármely egyenest vele párhuzamos egyenesbe visz. Mi lehet ez a transzformáció?