Geometriai transzformációk gyakorlat, 2023. tavasz **2. feladatsor**

Egybevágóságok

1. Tükrözzük egy háromszög magasságpontját az oldalegyenesekre és az oldalak felezőpontjaira. Mutassuk meg, hogy a hat tükörkép a körülírt körre illeszkedik.

2. Tükrözzük egy háromszög körülírt körét az oldalegyenesekre. Mutassuk meg, hogy a három tükörkép egy ponton megy át.

3. Forgassunk el a sík valamely pontja körül egy egyenest α forgásszöggel, ahol $|\alpha| < \pi$. Mekkora az egyenes és az elforgatottja által bezárt szög?

4. Forgassuk el az ABC háromszög C csúcsa körül az A csúcsot φ, a B csúcsot $-\varphi$ forgásszöggel az A', illetve a B' pontba. Igazoljuk, hogy az AB' és BA' szakaszok egyenlő hosszúak. Mekkora az AB' és BA' egyenesek hajlásszöge?

5. Tekintsünk egy konvex négyszöget, és az oldalfelező pontjai által kifeszített parallelogrammát. Bizonyítsuk be, hogy ez a parallelogramma feldarabolható négy háromszögre, amelyek rendre egybevágók a négyszögből a parallelogramma elhagyása után megmaradó négy háromszöggel.

6. A sík, illetve a tér egy rögzített O pontján átmenő összes egyenesre, illetve összes síkra tükrözzünk egy adott P pontot. Mit alkotnak a tükörképek?

7. Tükrözzük a tér egy adott P pontját az összes olyan síkra, amely tartalmaz egy rögzített e egyenest. Mit alkotnak a tükörképek?

A **8-10.** szerkesztési feladatokban csak a helyes szerkesztés lépéseit kell megadni, a diszkusszióval (vagyis azzal, hogy az adatok milyen felvétele esetén hány megoldás létezik) ne foglalkozzunk.

8. Adottak a síkban az A, B pontok, az e egyenes és a k kör. Szerkesszünk olyan $ABCD$ parallelogrammát, amelyre $C \in e$ és $D \in k$.

9. Adott egy háromszög három oldalfelező merőleges egyenese, valamint a háromszög köré írható kör sugara. Szerkesszük meg a háromszöget.

10. Adott a síkban az A pont, a k kör, és az e egyenes. Szerkesszünk olyan ABC szabályos háromszöget, amelynek B csúcsa a k körre, C csúcsa az e egyenesre illeszkedik.